

# **Apprentissage profond pour l'approximation de séquences de points à l'aide de courbes B-spline**

## **Summary**

L'approximation d'une séquence de points de données à l'aide d'une fonction continue est un problème important pour de nombreux domaines de l'informatique. L'utilisation de courbes B-splines à ce sujet est une solution très souvent favorisée. En effet, ces courbes offrent de nombreux avantages de part leur grande adaptabilité et leurs propriétés mathématiques intéressantes. Cependant, l'approximation à l'aide de courbes B-spline n'est pas dénuée de problématiques à résoudre. Parmi eux, le bon placement des nœuds est un des facteurs les plus déterminants concernant la qualité de l'approximation. Traitant les nœuds comme des variables libres, de nombreuses heuristiques et mét-heuristiques ont été proposées afin de résoudre ce problème. Très récemment, des méthodes utilisant l'apprentissage automatique ont commencé à voir le jour. Le succès de ces méthodes nous a poussé à continuer l'exploration dans cette direction, en utilisant une architecture récente : les réseaux de neurones Transformer. Ce type de réseau de neurones, spécialement conçu pour le traitement des données séquentielles, est à l'origine de l'état de l'art dans de nombreux domaines. Sa caractéristique principale est l'utilisation de l'Auto-Attention. Cette opération mathématique construit une matrice cartographiant les relations entre chaque paire de points de la séquence, permettant ainsi l'extraction de caractéristiques, à la fois locales et globales. Nous proposons deux méthodes basées sur un réseau transformer : le Multi-Output B-spline Approximation Transformer (MOBAT) et le Point Relative Knot Matrix Approximation Transformer (PRUMAT). Ces deux méthodes sont entraînées à l'aide de deux jeux de données synthétiques contenant des B-splines de différentes tailles, que nous avons générées aléatoirement. Une version accélérée de l'Attention est implémentée sur la base de Flash Attention, afin d'accélérer l'entraînement et l'inférence tout en réduisant la quantité de mémoire nécessaire. Cette version personnalisée permet l'utilisation d'un masque de remplissage nécessaire lors de l'entraînement sur des séquences dont la taille peut varier. La méthode MOBAT possède un système de sortie multi-têtes, dont chacune est spécialisée dans la génération de vecteurs nodaux de différentes tailles. La méthode obtient de meilleurs résultats que DPKP, BFH et PSO, trois algorithmes concurrents. Même en évaluant les résultats sur les données PARNET, issues d'une autre méthode d'apprentissage profond, MOBAT obtient de très bons scores, surtout avec des vecteurs de grande taille. La méthode PRUMAT, quand à elle, est basée principalement sur la génération de la Point Relative Knot Matrix (PRUM). Cette matrice, construite à l'aide des nœuds relatifs à chaque point de la séquence, permet de représenter n'importe quel nombre de nœuds. La notion de nœuds relatifs est définie à l'aide de la propriété de support local des fonctions de base B-spline. La méthode PRUMAT obtient les meilleurs résultats d'approximation en comparaison aux algorithmes précédemment cités. Elle est également capable de placer des nœuds multiples lors de l'approximation de séquences contenant des points singuliers. Pour autant, les deux méthodes ne sont pas exemptes de défauts. La rotation des séquences d'entrée est un facteur de réussite important qui ne devrait pourtant pas avoir d'impact. La dépendance aux données d'entraînement pose aussi un problème concernant la bonne généralisation de ces méthodes. Enfin, le bon paramétrage des séquences n'a pas été traité dans ce travail et mériterait d'être intégré directement dans le processus de décision. Ce manuscrit commence en présentant la problématique ainsi que les bases des B-splines. La

seconde partie est dédiée à la théorie de l'apprentissage profond et des réseaux Transformers. La méthode MOBAT est décrite et évaluée dans la partie III. Enfin, le document se termine sur la partie IV qui présente la méthode PRUMAT et ses résultats.

**Mots clés :** Courbe B-spline, Apprentissage profond, Approximation, Transformer Neural Network, Optimisation, Distribution libre des nœuds