

THÈSE

PRÉSENTÉE POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ HASSAN PREMIER DE SETTAT
ET
DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Spécialité : Mathématiques appliquées

par

Mohamed-Yassir NOUR

Non-stationary subdivision scheme with a shape parameter and
application in medical imaging

Abstract

This thesis considers and constructs non-stationary subdivision schemes (uniform or non-uniform), using a combination of trigonometric functions and hyperbolic functions with tension parameters.

In a first step, we begin by recalling the various mathematical techniques required to understand the non-stationary subdivision schemes studied in this thesis. Following that, we propose two new uni-variate subdivision schemes using a mixture of trigonometric and hyperbolic functions. In addition, we examine the convergence of these two schemes, as well as their regularity, in both theoretical and practical context.

A second step involves extending the previous chapter schemes to the surface. Specifically, we suggest subdivision rules for meshes with any topology. We then use algorithms to numerically reconstruct surfaces from medical images using the proposed rules. Finally, we establish the convergence and regularity of these schemes based on analytical and algebraic tools.

In a third step, we are interested in the construction of two new approaches for reverse subdivision. We exploit a method of resolution by optimization in the second approach, unlike the first one, which is based on a direct calculation. In the end, we present numerical tests that show the efficiency of the proposed schemes.

Keywords: Non-stationary Subdivision scheme, Tension parameter, medical image, Shape parameter, B-spline, Tensor product, Arbitrary topology, Mixed trigonometric hyperbolic, Shape feature.

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude et à la construction des schémas de subdivision non-stationnaires (uniforme ou non uniforme) basés sur un mélange entre les fonctions trigonométrique et hyperbolique avec des paramètres de tension.

Dans un premier temps, nous rappelons les différentes techniques mathématiques nécessaires à une meilleure compréhension des schémas subdivision non-stationnaires étudiés dans cette thèse.. Puis nous proposons deux nouveaux schémas de subdivision univariés basés sur un mélange entre les fonctions trigonométrique et hyperbolique avec des paramètres de tension. Une étude théorique et pratique est portée aussi sur la convergence de ces deux schémas, ainsi que sur leur régularité.

Dans un deuxième temps, nous étendons les schémas proposés dans les chapitre précédent au cas surfacique. Plus précisément, nous proposons des règles de subdivisions pour le cas des mailles de topologie quelconque. Nous faisons ensuite intervenir des algorithmes dans le but d'appliquer numériquement les règles proposées pour reconstruire des surfaces provenant de l'imagerie médicale. Enfin, nous établissons la convergence et la régularité de ces schémas en se basant des outils analytique et algébrique.

Dans un troisième temps, nous nous sommes aussi intéressés à la construction de deux nouvelles approches de subdivision inverse. Nous exploitons une méthode de résolution par optimisation dans la deuxième approche à la différence de la première qui est basée sur d'un calcul direct. Nous présentons à la fin des testes numériques qui exhibent l'efficacité des schémas proposés.

Keywords: Schéma de subdivision non stationnaire, paramètre de tension, image médicale, paramètre de forme, B-spline, produit tensoriel, topologie arbitraire, hyperbolique trigonométrique mixte, caractéristique de forme.